1. Wprowadzenie zapisu formalnego

Na potrzeby dokumentu wprowadza się poniżej określone notacje:

1. Literą Γ oznacza się alfabet, czyli zbiór wartości reprezentowalnych w krotkach taśmy.
2. Literą Q oznacza się zbiór możliwych stanów maszyny.
3. Pod hasłem „Program" umieszcza się instrukcje dla maszyny, zapisane jak następuje: $(Q_A, \Gamma_A) \to (Q_B, \Gamma_B, P)$, gdzie:
   - Q_A i Γ_A oznaczają stan maszyny i odczytaną wartość z krotki,
   - Q_B i Γ_B oznaczają nowy stan maszyny i nową wartość w krotce,
   - P wyznacza kierunek przesunięcia głowicy i przyjmuje wartości:
     - R (w prawo),
     - L (w lewo),
     - $-$ (bez przesunięcia).
4. Zakłada się, że głowica startuje ustawiona na pierwszej (najbardziej znaczącej) krotce liczby.

2. Maszyna Turinga: do zamiany wszystkich „a" na „b", „b" na „c", „c" na „a".

$$\Gamma = \{a, b, c, \emptyset\} \qquad Q = \{q_0, q_1\}, \text{gdzie } \begin{cases} q_0 : \text{stan końcowy} \\ q_1 : \text{stan początkowy} \end{cases}$$

Program:

$$(q_1, a) \to (q_1, b, R)$$
$$(q_1, b) \to (q_1, c, R)$$
$$(q_1, c) \to (q_1, a, R)$$
$$(q_1, \emptyset) \to (q_0, \emptyset, -)$$

3. Maszyna Turinga: do inkrementacji liczby w systemie trójkowym

$$\Gamma = \{0, 1, 2, \emptyset\} \qquad Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \text{gdzie } \begin{cases} q_0 : \text{stan końcowy} \\ q_1 : \text{stan początkowy} \\ q_2 : \text{stan inkrementacji} \end{cases}$$

Program:

$$(q_1, 0) \to (q_1, 0, R)$$
$$(q_1, 1) \to (q_1, 1, R)$$
$$(q_1, 2) \to (q_1, 2, R)$$
$$(q_1, \emptyset) \to (q_2, \emptyset, L)$$
$$(q_2, 2) \to (q_2, 0, L)$$
$$(q_2, 0) \to (q_0, 1, L)$$
$$(q_2, 1) \to (q_0, 2, -)$$
$$(q_2, \emptyset) \to (q_0, 1, -)$$

4. MT: do dodania dwóch liczb unarnych oddzielonych zerem

$$\Gamma = \{0, 1, \emptyset\} \qquad Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \text{gdzie } \begin{cases} q_0 : \text{stan końcowy} \\ q_1 : \text{stan początkowy} \\ q_2 : \text{stan wyrównywania} \end{cases}$$

Program:

$$(q_1, 1) \to (q_1, 1, R)$$
$$(q_1, 0) \to (q_1, 1, R)$$
$$(q_1, \emptyset) \to (q_2, \emptyset, L)$$
$$(q_2, 1) \to (q_0, \emptyset, -)$$

5. MT: która wykonuje odejmowanie liczb podanych w zapisie unarnym.

Zakłada się, że druga liczba jest równa lub mniejsza od pierwszej.

$$\Gamma = \{0, 1, \emptyset\}$$

$$Q = \{q_K, q_P, q_1\}, \text{gdzie } \begin{cases} q_K : \text{stan końcowy} \\ q_P : \text{stan początkowy} \\ q_1 : \text{stan pierwszy} \\ q_2 : \text{stan drugi} \end{cases}$$

Program:

$$(q_P, 1) \to (q_P, 1, R)$$
$$(q_P, 0) \to (q_1, 0, R)$$
$$(q_1, 1) \to (q_2, 0, L)$$
$$(q_2, 0) \to (q_2, 0, R)$$
$$(q_2, 1) \to (q_1, 0, R)$$
$$(q_1, 0) \to (q_1, 0, R)$$
$$(q_1, \emptyset) \to (q_K, \emptyset, -)$$

6. MT: do inkrementacji liczby w systemie binarnym

$$\Gamma = \{0, 1, \emptyset\} \qquad Q = \{q_K, q_P, q_1\}, \text{gdzie } \begin{cases} q_K : \text{stan końcowy} \\ q_P : \text{stan początkowy} \\ q_1 : \text{stan inkrementacji} \end{cases}$$

Program:

$$(q_P, 1) \to (q_P, 1, R)$$
$$(q_P, 0) \to (q_P, 0, R)$$
$$(q_P, \emptyset) \to (q_1, \emptyset, L)$$
$$(q_1, 0) \to (q_1, 1, L)$$
$$(q_1, 1) \to (q_K, 0, -)$$
$$(q_1, \emptyset) \to (q_K, 1, -)$$

7. MT: do dekrementacji liczby w systemie binarnym

$$\Gamma = \{0, 1, \emptyset\} \qquad Q = \{q_K, q_P, q_1\}, \text{gdzie} \begin{cases} q_K & : \text{stan końcowy} \\ q_P & : \text{stan początkowy} \\ q_1 & : \text{stan dekrementacji} \end{cases}$$

Program:

$$(q_P, 1) \to (q_P, 1, R)$$
$$(q_P, 0) \to (q_P, 0, R)$$
$$(q_P, \emptyset) \to (q_1, \emptyset, L)$$
$$(q_1, 0) \to (q_1, 1, L)$$
$$(q_1, 1) \to (q_K, 0, -)$$

8. Maszyna Turinga: do dodania dwóch liczb w systemie binarnym

$$\Gamma = \{0, 1, X, \emptyset\}, \text{gdzie } \begin{cases} 0 & : \text{wartość binarna „0”} \\ 1 & : \text{wartość binarna „1”} \\ \emptyset & : \text{wartość pusta; nicość} \\ X & : \text{znak rozdzielający dwie liczby} \end{cases}$$

$$Q = \{q_K, q_P, q_{1..5}\}, \text{gdzie } \begin{cases} q_K & : \text{stan końcowy; koniec pracy} \\ q_P & : \text{stan początkowy; przejście na koniec drugiej liczby} \\ q_1 & : \text{stan dekrementacji drugiej liczby} \\ q_2 & : \text{stan przechodzenia do pierwszej liczby} \\ q_3 & : \text{stan inkrementacji pierwszej liczby} \\ q_4 & : \text{stan przechodzenia do drugiej liczby} \\ q_5 & : \text{stan decyzyjny - kolejna iteracja v. koniec pracy} \end{cases}$$

Przykładowa sekwencja taśmy:

$\emptyset$	1	1	0	1	X	1	0	0	$\emptyset$

Program:

$$(q_P, 1) \to (q_P, 1, R)$$
$$(q_P, 0) \to (q_P, 0, R)$$
$$(q_P, X) \to (q_P, X, R)$$
$$(q_P, \emptyset) \to (q_1, \emptyset, L)$$
$$(q_1, 1) \to (q_2, 0, L)$$
$$(q_1, 0) \to (q_1, 1, L)$$
$$(q_2, 1) \to (q_2, 1, L)$$
$$(q_2, 0) \to (q_2, 0, L)$$
$$(q_2, X) \to (q_3, X, L)$$
$$(q_3, 0) \to (q_4, 1, R)$$
$$(q_3, 1) \to (q_3, 0, L)$$
$$(q_3, \emptyset) \to (q_4, 1, R)$$
$$(q_4, 1) \to (q_4, 1, R)$$
$$(q_4, 0) \to (q_4, 0, R)$$
$$(q_4, X) \to (q_5, X, R)$$
$$(q_5, 0) \to (q_5, 0, R)$$
$$(q_5, 1) \to (q_P, 1, R)$$
$$(q_5, \emptyset) \to (q_K, \emptyset, -)$$